



分布式的 1 bit 压缩频谱感知算法 *

赵知劲^{1,2}, 胡伟康¹, 胡俊伟¹

(1. 杭州电子科技大学通信工程学院 杭州 310018;

2. 中国电子科技集团第 36 研究所通信系统信息控制技术国家级重点实验室 嘉兴 314001)

摘要: 由于频谱感知中信道稀疏度动态变化, 导致分布式频谱感知网络中节点间信息传输频繁, 消耗感知网络通信带宽。为了缓解网络通信带宽压力, 提出分布式的 1 bit 压缩频谱感知算法。各节点对感知数据进行压缩采样并 1 bit 量化, 然后融合节点采用 JSM-2 模型对数据进行融合, 最后通过 BIHT 算法重构信号频谱, 实现频谱感知。仿真结果表明, 在低信噪比和较少的采样数目下, 分布式的 1 bit 压缩频谱感知算法能具有较好的频谱检测性能, 是一种可实用的频谱感知方法。

关键词: 压缩感知; 频谱感知; 1 bit 量化

doi: 10.3969/j.issn.1000-0801.2014.09.015

1 bit Compressive Spectrum Sensing Algorithm Based on Distributed Model

Zhao Zhijin^{1,2}, Hu Weikang¹, Hu Junwei¹

(1. School of Telecommunication Engineering of Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China;

2. State Key Lab of Information Control Technology in Communication System of No.36 Research Institute,
China Electronic Technology Corporation, Jiaxing 314001, China)

Abstract: Since the actual sparsity of spectrum is unknown and time-varying, information transmit frequently between nodes in the distributed spectrum sensing network consumes communication bandwidth. To relieve the network communication bandwidth pressure, a spectrum algorithm based on 1 bit compressed sensing and distributed model was proposed. The sensing data of the nodes was compressive sampled and quantified in 1 bit, and then the data was fused in fusion node, through the mode of JSM-2. Finally the spectrum was reconstructed by the BIHT algorithm to implement spectrum sensing. Simulation results show that the proposed method has better spectrum detection performance with a few samples in low SNR, so it is a practical method of spectrum sensing.

Key words: compressed sensing, spectrum sensing, 1 bit quantization

1 引言

认知无线电(cognitive radio, CR)^[1]允许次用户(secondary user, SU)以机会式接入或共享方式动态利用主用户(primary user, PU)的空闲频段,从而提高频谱利用率,缓

解频谱短缺问题。频谱感知是认知无线电的关键技术之一,宽带频谱感知需要对低利用率的宽带信号进行采样,压缩感知(compressed sensing, CS)^[2,3]理论允许稀疏信号以低于奈奎斯特速率进行采样,大大减轻了硬件的处理负担。因此压缩感知在宽带频谱感知中具有广泛的应用前景。

* 电科院预研基金资助项目(No.41101040102),浙江省研究生创新科技基金资助项目(No.YK2011062)

在分布式频谱感知网络中,感知节点把宽带频谱感知信息发送给融合节点,对于动态变化的频谱,感知节点向融合节点频繁地传送更新信息,极大地消耗网络中的通信带宽甚至可能导致网络无法运转。

1 bit 压缩感知^[4-6]能对压缩感知采样数据进行 1 bit 量化,量化过程不受动态范围的影响,各感知节点只需把符号信息发送给融合节点,缓解网络带宽压力,也将简化融合节点中信号处理和接收设备;若采用信道编码理论对其进行纠错编码,可确保接收数据具有高可靠性。

由 1 bit 压缩感知理论可知,1 bit 量化之后,重构的原始信号是在单位能量约束下的信号,在频谱感知中只需判断某个频段是否存在主用户通信,无需对信道的能量信息进行判决,因此只需得到信号在频域的稀疏解,无需对信号进行精确重构,这表明 1 bit 量化对于频谱感知系统是适用的。因此本文提出基于分布式的 1 bit 压缩频谱感知算法。

2 1 bit 压缩感知

压缩感知问题可以表示为:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi S = \Theta S \quad (1)$$

其中, x 是 N 维的 K 稀疏信号, S 是 x 在 Ψ 上的稀疏投影, y 是 M 维观测向量 ($M < N$), Φ 为 $M \times N$ 维观测矩阵,基于低维 y 可重构出信号 S ^[7]。

1 bit 量化仅保留数据的符号信息,量化模型可表示为^[8]:

$$y = \text{sign}(\Phi x) = \text{sign}(\Phi \Psi S) = \text{sign}(\Theta S) \quad (2)$$

求解式(2)可以表示为求解如下矩阵:

$$Y \Phi x \geq 0 \quad (3)$$

其中, $Y = \text{diag}(y)$,即以 y_i 为对角线元素的矩阵。为了将重构问题表示为凸问题^[9],引入限定性条件, $\|\Theta S\|_2 = C$, C 为常数,通常为 1;同时为了测量一致性,引入能量限制 $\|S\|_2 = 1$,以减少最优化搜索范围;并利用参考文献[5]的引理 5,1 bit 压缩感知求解可表示为:

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \arg \min_S \left\| (y \odot \Theta S)^- \right\|_1 \\ \text{s.t. } & \|S\|_0 \leq K, \|S\|_2 = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

其中, K 为频谱稀疏度, $\odot$ 表示向量的元素乘积,可以表示为 $[u \odot v] = u \cdot v$ ^[10]; $(\cdot)^-$ 表示负定函数,例如: $[(v)^-] = \begin{cases} -v_i, & v_i \leq 0 \\ 0, & v_i > 0 \end{cases}$ 。

BIHT 算法^[5]是 1 bit 压缩感知中常用的重构算法,求解式(4)的第 $n+1$ 次迭代式如下:

$$S^{[n+1]} = \xi_K(S^{[n]} - \Theta^T(\text{sign}(\Theta S^{[n]}) - y)) \quad (5)$$

其中, $\xi_K(\cdot)$ 表示非线性运算器,保留向量中的前 K 个最大值,其他值为 0。

参考文献[4]指出,虽然 1 bit 压缩感知在 1 bit 量化时舍弃了幅度信息,但在相同压缩比下能降低重构信号的均方误差,有效提高信号重构性能。

3 分布式的 1 bit 频谱感知方法

假设分布式感知网络中有 J 个次用户(SU)同时对频谱进行感知,各个用户之间相互独立,每个用户均通过模拟信息转换器(AIC)技术对宽带模拟信号进行直接压缩采样^[11],然后对采样信息进行 1 bit 量化之后传送给融合节点,由融合节点通过 JSM-2 模型对接收到的数据进行融合^[12]。

所有 SU 实际上是对同一个频带进行感知,因此在同一时刻感知到的频谱占用情况是相同的。各个 SU 的感知模型与式(1)相同,重写如下:

$$y_j = \Phi_j x_j = \Phi_j \Psi S_j = \Theta_j S_j \quad j=1,2,\dots,J \quad (6)$$

其中, x_j 为第 j 个 SU 的采样数据, y_j 为第 j 个 SU 的观测数据, S_j 为 x_j 在傅立叶域的稀疏表示, Φ_j 为各个 SU 的归一化观测矩阵, Ψ 为傅立叶基。

采用 1 bit 量化方法对观测数据进行量化,量化方程可以表示为^[8]:

$$\begin{aligned} b_j &= \text{sign}(y_j) = \text{sign}(\Phi_j(x_j + w_j)) \\ &= \text{sign}(\Phi_j x_j + w) \quad j=1,2,\dots,J \end{aligned} \quad (7)$$

其中, w_j 表示第 j 个 SU 在某个 ε 能约束下的噪声向量。 ε 与量化精度有关, w 为观测后的噪声向量。每个 SU 将量化后的数据 b_j 发送给融合节点。感知信息传输中可对数据 b_j 进行编码,尽可能地降低信道噪声的影响。令:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_J \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_J \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} \text{sign}(y_1) \\ \text{sign}(y_2) \\ \vdots \\ \text{sign}(y_J) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_J \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $X \in R^{JN}$, $\Phi \in R^{JM \times JN}$ 。因此在无噪声情况下融合节点数据可以表示为:

$$b = \text{sign}(\Phi X) = \text{sign}(\Phi \Psi_D S) = \text{sign}(\Theta_D S) \quad (9)$$

其中, $\Theta_D \in R^{JM \times JN}$, Ψ_D 为 $JN \times JN$ 维的傅立叶变换矩阵, S 为 X 在傅里叶域的稀疏投影。

融合节点得到数据 b 之后,则以此作为重构所需的



1 bit 量化数据。将式(4)中的 y 用 b 代替,采用 BIHT 算法求解式(4),极小化 $b \odot \Theta S$ 中的负数值个数,迭代计算式表示如下:

$$S^{[n+1]} = \xi_K (S^{[n]} - \tau \Theta_D^T (\text{sign}(\Theta_D S^{[n]} - b)) \quad (10)$$

由此可得到稀疏解 S ,即实现宽带频谱感知。这就是本文提出的基于分布式的 1 bit 压缩频谱感知方法 (记为 DBIHT),其主要步骤如下。

输入: J 个节点的感知数据 $b_j (j=1,2,\dots,J)$, 观测矩阵 $\Phi_j (j=1,2,\dots,J)$, 傅立叶变换矩阵 Ψ_D , 稀疏度 K , 梯度更新步长 τ , 迭代次数 t 。

输出: 稀疏频谱 S 的最优估计 $\hat{S}$ 。

(1) 初始化: $S^{[0]}=0, n=1$;

(2) 数据融合: $b=[b_1^T, b_2^T, \dots, b_J^T]^T$;

(3) 迭代更新: 梯度下降法更新 $z^{[n]} \leftarrow S^{[n-1]} - \tau \Theta_D^T (\text{sign}(\Theta_D S^{[n-1]} - b))$;

(4) 0 范数约束: $S^{[n]} = \xi_K(z^{[n]})$;

(5) $n=n+1$; 若 $n < t$ 则返回(3); 否则转到(6);

(6) 单位能量约束: $\hat{S} = \frac{S^{[n]}}{\|S^{[n]}\|_2}$ 。

本方法实际上是融合节点利用各 SU 的分集效应对经 1 bit 量化得到的数据分布式进行融合。这样的数据传输模型极大地简化了信号传输和存储,降低了系统负担。

当 $J=1$ 时,即退化为单节点的 1 bit 压缩频谱感知方法 (记为 SBIHT)。

4 算法仿真与性能分析

本文采用不同信噪比(SNR)下的频谱检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 分析感知性能。检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 的定义如下:

$$P_d = \frac{1}{KT} \left(\sum_{i=1}^T \text{Num}(k(i) \in d | k(i) \in k) \right) \quad (11)$$

$$P_f = \frac{1}{(32-K)T} \left(\sum_{i=1}^T \text{Num}(k_c(i) \in d | k_c(i) \in k_c) \right) \quad (12)$$

其中, k 为活跃信道集合, d 为估计的活跃信道集合, k_c 为非活跃信道集合, T 为仿真次数; $\text{Num}(k(i) \in d | k(i) \in k)$ 为活跃信道集合 k 与估计的活跃信道 d 中相同元素的个数; $\text{Num}(k_c(i) \in d | k_c(i) \in k_c)$ 为活跃信道集合的补集 k_c 与 d 相同元素的个数。

本文考虑频谱感知网络中, SU 需要对频带宽度为 $[0, B_{\max}]$

的频谱进行感知, $B_{\max}=64$ MHz 且将整个频带划分为 32 个信道, 每个信道带宽均为 2 MHz, 信道彼此互不重叠, 融合节点已知信道的划分, 感知节点个数 $J=5$, 信道稀疏度 $K=3$, 信号奈奎斯特采样的点数为 $N=256$ 。假设每个信道主用户具有相同的功率 $W=1$ 。1 bit 重构算法的更新步长 $\tau=1$, 迭代次数 $t=300$ 。

SBIHT 算法和 DBIHT 算法在不同 SNR 下, 节点观测点数 M 取 80、100 和 150 时的检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 如图 1 所示, 图中每条曲线是 800 次仿真结果的平均。

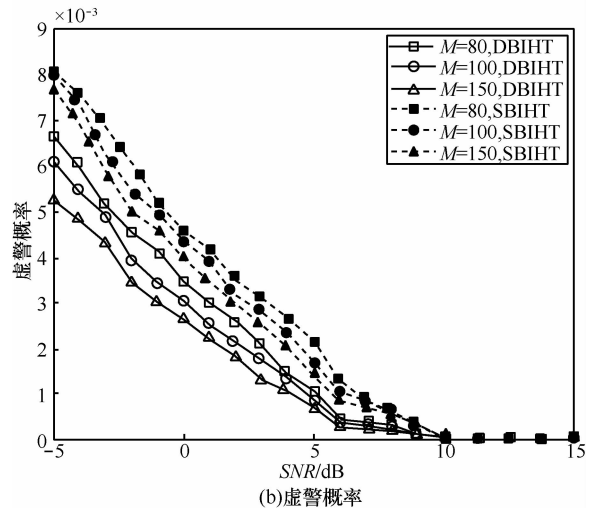
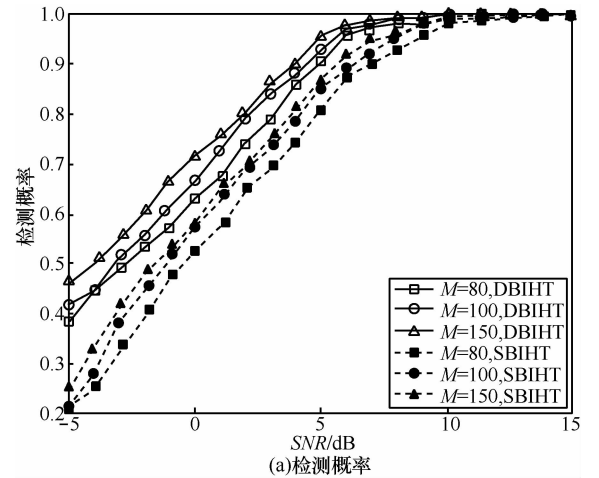


图 1 不同信噪比下信道检测概率和虚警概率 (DBIHT 算法和 SBIHT 算法)

从图 1(a) 可看出, DBIHT 算法性能明显好于 SBIHT 算法。当 $SNR=6$ dB 时, DBIHT 算法的检测概率已经达到 95% 以上, 而 SBIHT 算法需要 $SNR=9$ dB 才达到相近的检测概率。从图 1(b) 可以看出, 在 $SNR=-5$ dB 时, 所有算法的虚警概率均为量级且两种算法的虚警概率均随着

信噪比的增大而减小,最后趋近于 0, DBIHT 算法的虚警概率一直低于 SBIHT 算法。观测点数越多,性能越好。因此分布式的 1 bit 压缩频谱感知算法能在较低的虚警概率下获得较高信道检测概率,是一种有效的分布式频谱感知算法。

在不同 SNR 下,节点观测点数 $M=100$ 时, DBIHT 和 SBIHT 算法与基于 OMP 的两种算法^[13]的检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 如图 2 所示,图中每条曲线是 800 次仿真结果的平均。

从图 2 (a) 可以看出,当 $SNR < -2$ dB 时, DBIHT 和 SBIHT 算法的性能分别好于分布式 OMP 和单节点 OMP 算法;随着信噪比的升高,基于 OMP 的算法检测概率升高很快;检测概率达到 100% 时,分布式 OMP、单节点 OMP 算

法、DBIHT 算法和 SBIHT 算法分别需要信噪比为 4 dB、7 dB、8 dB 和 10 dB。从图 2(b) 可以看出,基于 OMP 的算法的虚警概率相对于 DBIHT 和 SBIHT 算法低。但由图 2 可知, DBIHT 和 SBIHT 算法在仅保留信号符号信息的前提下,仍可得到与基于 OMP 算法相近的检测概率;从通信带宽占用方面看,传输 1 bit 压缩感知得到的数据仅需要传统 N bit 量化方法的 $1/N$,极大地减小了带宽占用;另外 1 bit 压缩感知信号重构仅需在单位圆上搜索最优解,一定程度上降低了计算复杂度,所以 DBIHT 是一种实用算法。

当 SNR 取 5 dB、8 dB 和 10 dB 时, DBIHT 算法的检测概率和虚警概率与观测样本数 M 的关系曲线如图 3 所示,每条曲线是 400 次仿真结果的平均。

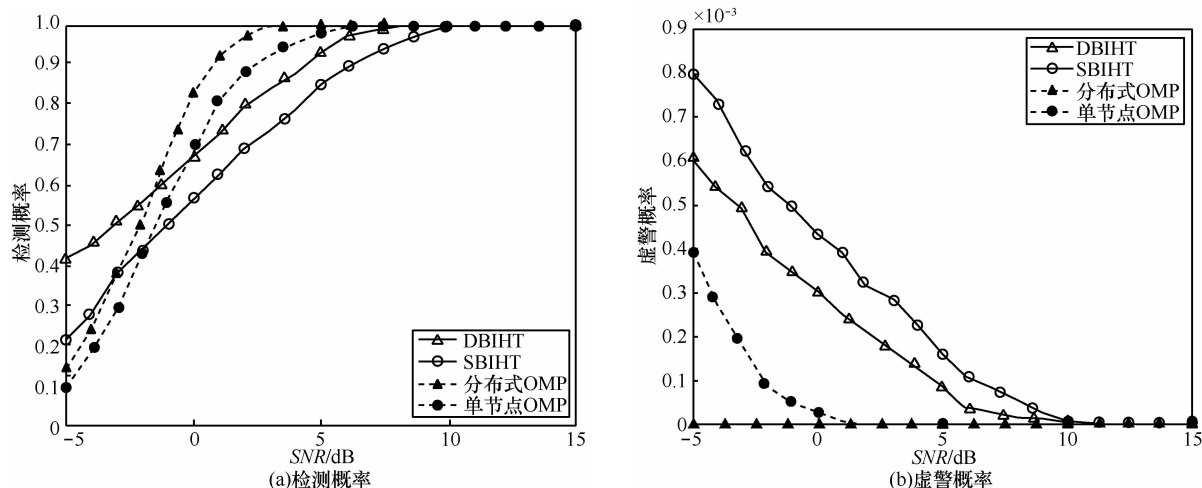


图 2 不同信噪比下信道检测概率和虚警概率(DBIHT 和 SBIHT 算法与基于 OMP 的两种算法)

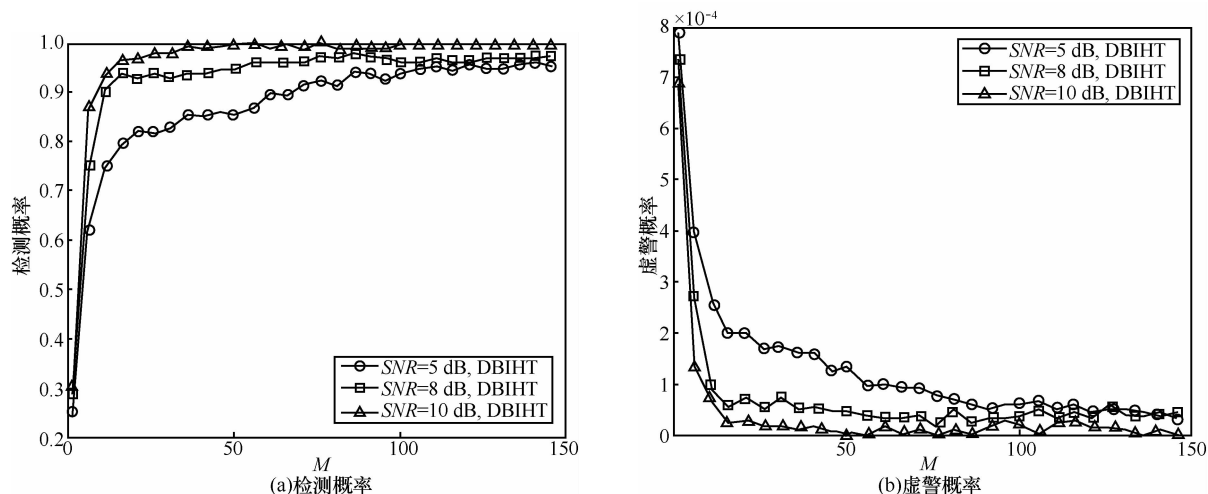


图 3 不同观测数目 M 下信道检测概率和虚警概率(DBIHT 算法)



由图3可见,随着观测数目的增加,算法的检测概率均增大,虚警概率减小。当SNR为5 dB、8 dB和10 dB时,检测概率达到90%以上,DBIHT算法所需要的观测样本数分别为70、10和8。当SNR为5 dB、8 dB和10 dB且虚警概率小于 2×10^{-4} 时,DBIHT算法所需的观测样本数分别为20、7和4。当观测样本数大于55时,信道虚警概率下降至 10^{-4} ,这表明DBIHT算法能有效地降低观测样本数,并且具有较低的虚警概率。

5 结束语

实际频谱感知中信道稀疏度动态变化,因此分布式频谱感知网络中节点间信息传输频繁,极大地消耗感知网络的通信带宽,针对以上问题本文提出分布式的1 bit压缩频谱感知算法,减少传输和存储量。本算法中各节点对感知数据进行压缩采样并1 bit量化,然后融合节点采用JSM-2模型对数据进行融合,通过BIHT算法重构信号频谱,实现频谱感知。仿真结果表明,在低信噪比和较少的采样数目下,分布式的1 bit压缩频谱感知算法具有较好的频谱检测性能,是一种可实用的频谱感知方法。

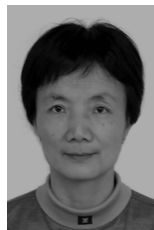
参考文献

- 1 Mitola J. Cognitive radio: an integrated agent architecture for software defined radio. Stockholm: Sweden Royal Institute of Technology(RTH), 2000
- 2 Donoho D L. Compressed sensing. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289~1306
- 3 Cand E S E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489~509
- 4 Boufounos P T, Baraniuk R G. 1 bit compressive sensing. Proceedings of the 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS), Princeton, NJ, USA, 2008: 16~21
- 5 Jacques L, Laska J N, Boufounos P T, *et al.* Robust 1 bit compressive sensing via binary stable embeddings of sparse vectors. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 59(4): 2082~2102
- 6 Yan M, Yang Y, Osher S. Robust 1 bit compressive sensing using adaptive outlier pursuit. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3868~3875
- 7 Baraniuk R G. Compressive sensing. IEEE Signal Processing

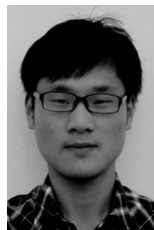
Magazine, 2007, 24(4): 118~121

- 8 Goyal V K, Kova V C, Evi C J, *et al.* Quantized frame expansions with erasures. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2001, 10(3): 203~233
- 9 Plan Y, Vershynin R. One bit compressed sensing by linear programming. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2013, 36(4): 1~18
- 10 Laska J N, Baraniuk R G. Regime change: bit-depth versus measurement-rate in compressive sensing. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3496~3505
- 11 Polo Y L, Wang Y, Pandharipande A, *et al.* Compressive wide-band spectrum sensing. Proceedings of IEEE International Conference on Speech and Signal Processing, Taipei, Taiwan, China, 2009: 2337~2340
- 12 Baron D, Duarte M F, Wakin M B, *et al.* Distributed compressive sensing. ArXiv Preprint ArXiv:0901.3403, 2009
- 13 Tropp J A, Gilbert A C, Strauss M J. Simultaneous sparse approximation via greedy pursuit. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Philadelphia, 2005: 721~724

[作者简介]



赵知劲,女,博士,杭州电子科技大学教授、博士生导师,杭州电子科技大学通信工程学院党委书记,主要研究方向为认知无线电、通信信号处理、自适应信号处理等。



胡伟康,男,杭州电子科技大学硕士生,主要研究方向为认知无线电及频谱感知算法的研究。



胡俊伟,男,杭州电子科技大学硕士生,主要研究方向为压缩感知在通信系统中的应用。

(收稿日期:2014-05-02)